

# FÍSICA MODERNA - 1/2011

## LISTA 7

- (a) Use as relações de de Broglie para determinar o comprimento de onda de uma gota de chuva de massa  $m = 1$  mg e velocidade  $v = 1$  cm/s. Você acha que o caráter ondulatório de uma gota de chuva pode ser facilmente detectado? Porque?

(b) Use as relações de de Broglie para achar o comprimento de onda de um elétron com energia cinética 500 eV. (este elétron é relativístico?)

(c) Determine a energia cinética de um elétron que tenha o comprimento de onda da luz azul ( $\lambda \approx 450$  nm).
- (a) Determine o comprimento de onda de um elétron de energia  $E = 2$  MeV (este elétron é relativístico?).

(b) Determine o comprimento de onda de um elétron de energia cinética  $K = 2$  MeV.

(c) Determine os comprimentos de onda de um elétron e de um fóton com energias cinéticas 1 keV, 1 MeV e 1 GeV. Compare os resultados e comente.
- (a) Use as relações relativísticas entre  $E$  e  $p$  para demonstrar que elétrons e fótons com mesma energia  $E$  têm comprimentos de onda diferentes.

(b) Mostre que seus comprimentos de onda se aproximam quando a energia  $E$  se torna muito maior que  $m_e c^2$ .
- Demonstre que os picos da onda  $\Psi(x, t) = A \sin(ax - bt)$  se movem no sentido positivo do eixo  $x$  com velocidade  $v = b/a$ . (Dica: focalize sua atenção em um pico de onda  $P$ , por exemplo, o pico no qual o argumento da função seno é  $\pi/2$ , de modo a encontrar uma expressão para  $x_P$  em função de  $t$ ).
- (a) Sabe-se que um próton, confinado a se mover em uma dimensão, está numa vizinhança de raio 6 fm de uma posição dada. Qual é a incerteza mínima em sua velocidade? Exprima sua resposta como uma fração de  $c$ .

(b) A posição de uma bola de golfe de massa  $m = 60$  g sobre um rince de gelo é determinada a menos de uma imprecisão de  $\pm 1 \mu\text{m}$ . Qual sua energia mínima possível? Se ela se movesse com a velocidade que corresponde a esta energia cinética mínima, que distância a bola de golfe percorreria em um ano?
- Considere um próton confinado a uma região de dimensões tipicamente nucleares, cerca de 5 fm.

(a) Use o princípio de incerteza para estimar sua energia cinética mínima, em MeV, supondo que ele só pode se mover em uma dimensão.

(b) Como sua resposta se modificaria se o próton estivesse confinado a uma caixa cúbica tridimensional de aresta 5 fm? Na verdade, a energia cinética de um próton no núcleo é algo maior que o mínimo estimado, sendo da ordem de 10 MeV.
- Considere um elétron confinado numa região de dimensões nucleares (cerca de 5 fm). Encontre sua energia cinética mínima, em MeV. Trate este problema como unidimensional e use a relação relativística entre  $E$  e  $p$ . (O valor que você vai encontrar é um poderoso argumento contra a

presença de elétrons no interior do núcleo, já que nenhum mecanismo conhecido conseguiria conter um elétron com esta energia.)

**8.** O princípio de incerteza se aplica tanto a partículas materiais quanto a fótons sem massa. Portanto, um fóton confinado a uma caixa muito pequena (de aresta  $\Delta x$ ) tem necessariamente uma grande incerteza em seu momento e sua energia (lembre que  $E = pc$  para um fóton) e portanto terá que ter energia grande. Como energia é equivalente a massa, de acordo com  $E = mc^2$ , um fóton confinado pode criar um campo gravitacional intenso. Se  $\Delta x$  for suficientemente pequeno, a densidade de energia poderá ser suficiente para criar um buraco negro. Este tamanho  $\Delta x$  é chamado o comprimento de Planck e define a escala na qual a mecânica quântica e a gravidade se tornam inevitavelmente misturadas. (A parte da física que tenta combinar a mecânica quântica com a gravidade é chamada de teoria das cordas.)

- (a) Mostre que a velocidade de escape de uma estrela de massa  $M$  e raio  $R$  é  $v_{esc} = \sqrt{2GM/R}$ .
- (b) Igualando a velocidade de escape de um buraco negro à velocidade da luz  $c$ , deduza uma fórmula para o comprimento de Planck em termos de  $c$ ,  $G$  e  $\hbar$ .
- (c) Mostre que este valor é extremamente pequeno, da ordem de  $10^{-35}$  m.
- (d) Qual o diâmetro de um próton (cerca de 2 fm) em unidades do comprimento de Planck?

**9.** Um estado atômico instável com duração anormalmente grande tem tempo de vida de 1 ms.

- (a) Qual a incerteza mínima em sua energia?
- (b) Supondo que este estado decaia pela emissão de um fóton de luz visível ( $\lambda \approx 550$  nm), quais são a incerteza e a incerteza relativa ( $\Delta\lambda/\lambda$ ) no comprimento de onda deste fóton?